Filozofski vestnik | Volume XLI | Number 2 | 2020 | 181–198 | doi: 10.3986/fv.41.2.08

Charles Alunni*

Relation-objet et onto-logie, ensembles ou catégories. Identité, objet, relation

For Billy Nomates and the Sleaford Mods

I. L'ontologie d'Alain Badiou

« Ce qui tissait la déréliction de l'inventeur Cantor n'était rien moins qu'une errance de l'être. »[1]

« Au pied du mur de l'être, l'ontologie savante, ou constructible, est ascétique et acharnée. »[2]

« Pour le philosophe, la mathématique est simultanément ontologique et logique. Disons qu'elle est onto-logique : le trait d'union sépare ici Platon et Aristote. »[3]

« Le mode propre sur lequel une philosophie convoque une expérience de pensée dans son espace conceptuel relève strictement, non de la loi supposée de l'objet, mais des objectifs et des opérateurs de cette philosophie elle-même. »[4]

« L'axiome de discrimination qu'il faut alors introduire est à mon sens le suivant : une philosophie est aujourd'hui largement décidée par la position qui est la sienne sur le

1 Alain Badiou, *L'Être et l'événement*, Seuil, Paris, 1988, Méditation 29. « Pliage de l'être et souveraineté de la langue », p. 327.
2 *Ibid*., p. 343.
3 Alain Badiou, *Court traité d'ontologie transitoire*, Seuil, Paris 1998, p. 116.
4 *Ibid*., p. 119.

* École normale supérieure de Paris

> rapport des deux autres sommets du triangle, la mathématique et la logique. »[5]

Aujourd'hui, je m'intéresserai plus particulièrement à *un habitant* de l'univers *entier* de la théorie des ensembles qui quantifie et paramètre sans restriction. Pour lui, l'habitant d'un ensemble α a une *vision* tout à fait *limitée* des choses. Mais lui *voit* cet habitant du dehors. Cet habitant qui voit l'autre habitant du dehors, c'est bien sûr l'*ontologue* Alain Badiou, tel qu'il se définit lui-même dans le *dictionnaire* de *L'Être et l'événement*. Ce personnage *ubiquitaire* réapparaît explicitement au cœur de *Topos ou Logiques de l'onto-logique*, au chapitre 20 intitulé *Les Topos comme lieux logiques* : « L'univers de type Topos *n'est pas extensionnel* : un *nom* n'a pas pour référent l'extension du concept qu'il nomme, ou, comme dit Frege, la totalité des "cas" du concept ».[6]

C'est là une *différence décisive* entre l'univers ensembliste et l'univers de type Topos, différence *dans la pensée*. « Les éléments de C » n'est pas un énoncé *existentiel* pour l'habitant du Topos. Ce qu'il y a, c'est *cette* flèche, dont on pourra dire qu'elle est un élément de C. *Le concept identifie sans collectiviser.*

La voie que nous allons suivre est *ambiguë*. C'est une version qu'on peut dire « externe » de la logique immanente d'un Topos. Ou encore, c'est parler du Topos *dans le langage des ensembles*.

Il est possible de serrer de plus près l'immanence, et de continuer invariablement à ne traiter que des diagrammes commutatifs (la commutation d'un diagramme est typiquement ce que *voit* un habitant du Topos). Mais la *puissance* (*externe et métaphorique*) de l'élucidation langagière ensembliste permet mieux de *soutenir l'investigation onto-logique*. On se souviendra cependant constamment que bon nombre de nos expressions, *si elles désignent du dehors* des réalités du Topos, seraient *inintelligibles pour un habitant du Topos*.

C'est dire que nous adoptons la position de celui que, dans *L'Être et l'événement*, j'ai appelé « l'ontologue ».

---

5 *Ibid.*, p. 120.

6 Alain Badiou, *Topos ou Logiques de l'onto-logique*, Tome I, tapuscrit, p. 101.

Je reviendrai par la bande sur certaines notions impliquées ici par Badiou, telles que « *ambigüité* », « *métaphore* » et « *vision* », sur leur *réversibilité* possible (passant des ensembles aux catégories et *vice-versa*), ainsi bien sûr que sur les couples « dedans » / « dehors », *interne* / *externe*, local / global, le tout en liaison directe avec le couple primordial *relation* / *objet*.

Je terminerai mon propos par une série de *questions* non nécessairement homogènes, mais qui feront soudure avec d'autres articles de ce recueil, tel celui de René Guitart[7].

Dernières précisions *préambulatoires* concernant, d'une part, les textes d'Alain Badiou qui ont été essentiels pour moi dans ces quelques réflexions ; de l'autre, le statut de mon propos. Pour les textes :

1. *Topos ou Logiques de l'onto-logique. Une introduction pour philosophes*.[8]
2. Le *Séminaire sur la théorie des catégories*, tapuscrit, 1993–1994. Complément à *Topos*.[9] *Séminaire sur la théorie des catégories par Alain Badiou* (1993–1994).[10]
3. Le *Court traité d'ontologie provisoire*.[11]

En ce qui concerne le statut de mon propos, il n'est bien évidemment pas celui de l'*épistémologue* patenté si « l'épistémologue est celui qui, changeant la science en histoire des sciences, et l'histoire des sciences en objet séparé de la philosophie, tue, purement et simplement, la saisie de la philosophie par la vitalité des sciences ».[12] C'est ainsi que Badiou commente le mot d'ordre de Gilles Châtelet « Feu sur l'épistémologue », autre manière de dire : « Vive la philosophie ». Sur la connivence des historiens des sciences et de la pensée analytique

7 René Guitart, « L'infini entre deux bouts. Dualités, univers algébriques, esquisses, diagrames », pp. 199–247.

8 *Ibid.*, (Tome I), tapuscrit, 1993, passim.

9 Disponible sur http://fr.scribd.com/doc/133157958/Theorie-Des-Categories-1993-1994-Tran-Alain-Badiou.

10 Alain Badiou, *Séminaire sur la théorie des catégories par Alain Badiou* (1993–1994), Notes de Daniel Fischer.

11 Badiou, *Court traité d'ontologie transitoire*, Seuil, Paris 1998.

12 Alain Badiou, *Petit Panthéon Portatif*, La Fabrique, Paris 2008, p. 151

la plus « réactionnaire » – toujours *contre* la philosophie –, je l'ai moi-même illustrée dans ma longue présentation de *L'Enchantement du virtuel*.[13]

Je commencerai par une citation, tirée de *Logiques des mondes*, concernant la théorie des catégories et son statut *phénoménologique* chez Alain Badiou :

> Ici s'insère une thèse fondamentale, dont l'argumentaire et l'exposition détaillée occupent tout le centre de *Logiques des mondes* : de même que l'être en tant qu'être est pensé par la mathématique (ce qui est argumenté tout au long de *L'Être et l'événement*), de même l'apparaître, ou être-là-dans-un-monde, est pensé par la logique. Ou, plus exactement : « logique » et « consistance de l'apparaître » sont une seule et même chose. Ou encore : une théorie de l'objet est une théorie logique, entièrement étrangère à toute doctrine de la représentation ou du référent. De là que les livres II, III et IV sont tous sur-titrés « Grande Logique ». Ces livres explicitent entièrement ce que c'est qu'un monde, un objet de ce monde, une relation entre objets. Tout cela est corrélé à des constructions purement logiques, homogènes à la théorie des catégories, qui « absorbent » la logique au sens courant (prédicative, langagière).
>
> Je crois pouvoir dire que, de même que *L'Être et l'événement* bouleversait l'ontologie des vérités, en la mettant sous la condition de l'événement-Cantor et de la théorie mathématique du multiple, de même *Logiques des mondes* bouleverse l'articulation du transcendantal et de l'empirique en la mettant sous la condition de l'événement-Grothendieck (ou Eilenberg, ou Mac Lane, ou Lawvere...) et de la théorie logique des faisceaux. Si *Logiques des mondes* mérite le sous-titre de *L'Être et l'événement, 2*, c'est pour autant que la traversée d'un monde par une vérité, saisie d'abord dans son type d'être, s'y trouve cette fois objectivée dans son apparaître, et que son incorporation à un monde déplie le vrai dans sa consistance logique.
> [...]
> On tente ici *une phénoménologie calculée*.[14]

13 Gilles Châtelet, *L'Enchantement du virtuel, Mathématique, Physique, Philosophie*, Editions ENS Rue d'Ulm, Paris 2011.

14 Alain Badiou, *Logiques des mondes,* Seuil, Paris 2006, pp. 47–48.

On notera ici la centralité pour *Logiques des mondes* d'un double mouvement : I) une *objectivation* dans l'apparaître ; II) un *dépli du vrai* dans sa consistance logique, cause (et clause) d'une restriction de l'étude à la théorie des *topoi*, plus qu'à une analyse de la théorie générale des catégories, que Badiou avait opérée antérieurement et précisément dans le tapuscrit *Topos*.

Dans *Logiques des mondes*, l'usage des formalismes mathématiques est très différent de celui qu'on trouvait dans *L'Être et l'événement*. Quelle est cette différence ? C'est celle qui passe entre l'*être-en-tant-qu'être*, dont le principe réel est *l'inconsistance du multiple pur (ou multiple sans-Un*), et de l'apparaître, ou *être-là-dans-un-monde, dont le principe est de consister* :

> On dira aussi : différence de l'*onto*-logie et de l'onto-*logie* [...] Disons que l'ontologie demande une compréhension plus profonde des formalismes, cependant que la Grande Logique exige un suivi plus vigilant des consécutions. Reste qu'il faut accepter la discipline des formes. Elle est condition de la vérité, pour autant que l'acception du vrai se détache de l'ordinaire du sens. Comme le dit Lacan, « *mathématique* par excellence », cela veut dire « transmissible hors sens ». Je ne me suis pas soucié d'assurer en tout point une continuité entre les deux projets, ontologique et logique.[15]

Il n'en reste pas moins une « raison » philosophique profonde gouvernant ce protocole :

> le traitement le plus moderne qui soit (ou peu s'en faut) de la logique [...] ne se fait plus du tout de façon langagière et grammairienne. On s'établit d'emblée dans des constructions beaucoup plus générales — je dirais volontiers idéales —, qui appartiennent à la théorie des catégories et à une de ses spécialisations : la théorie des topoi. Comme mon but est purement philosophique, je n'ai aucunement cherché à restituer tout le contexte catégoriel. J'ai coupé droit vers ce dont j'avais besoin et qui est en fait une catégorie spéciale : celle qu'on obtient en liant les ensembles à une algèbre de Heyting complète, donc à ce que j'ai renommé un transcendantal.

[15] *Ibid.*, p. 48.

> En somme, ce qui est ici philosophiquement traité est un fragment théorique d'un vaste édifice mouvant : la reformulation catégorielle de la logique. Ce fragment a un nom mathématique : théorie des **Ω**-ensembles. **Ω** désigne une algèbre de Heyting complète sur laquelle on mesure le degré d'égalité de deux éléments d'un ensemble.[16]

Je ne traiterai pas ici de manière explicite du problème de la position *décisionniste* du philosophe, qui tranche dans la mathématique au nom d'intérêts spéculatifs qui lui sont tout à fait propres et spécifiques :[17] ici, non pas la mathématique qu'attend le mathématicien, « la » mathématique de sa communauté, cette *working mathematics* qui ne saurait connaître ou reconnaître aucun déplacement, aucun écart, aucun pas de côté, mais une mathématique telle que passée au crible conceptuel *de la philosophie* : une « mathématique *métaphysique* » – comme la nomme Badiou –, une mathématique *déplacée* et *autrement* complexe, une mathématique non exclusivement annexée et contrôlée par un producteur jaloux, non plus assujettie au diktat *sévère* de la seule « technique » de ses calculs. Une mathématique dont se sert, à ses propres fins, le philosophe ; et Alain Badiou nous en a déjà avertis dans l'exergue, sur « le mode propre » de la philosophie.

Dès l'ouverture de *Topos*, et sous le titre d'« ambition générale », Badiou pose sans ambages le statut de la question toposique *pour la philosophie* :

> Dans le langage épistémologique dominant, on dira que [théorie des ensembles et théorie des catégories] sont aujourd'hui *rivales* quant au (pseudo-problème) du “fondement des mathématiques”. Il serait beaucoup plus ajusté de dire qu'elles définissent des orientations de pensée très différentes quant aux prescriptions *relatives au fondement de la philosophie*. Si bien que l'examen de ce qui est en jeu dans leur opposition est un problème immédiatement décisif pour qui s'engage dans la construction du lieu de pensée qu'est une philosophie.[18]

---

16 *Ibid.*, p. 563.
17 Je pense que ce sera l'un des objets de nos discussions à venir.
18 Badiou, *Topos*, p. 1.

Il est important de noter ici une opération de *déplacement* fondamentale de la position philosophique de l'*ontologue*, ainsi que l'enregistre le début du *Cours* du 20/11/1993 (version Fischer) :

> J'ai proposé l'année dernière (cf. 21/11/92) une présentation du rapport entre la théorie des ensembles et la théorie des catégories qui différait de celle que j'avais donnée *initialement* (et dans laquelle *les deux théories apparaissaient comme deux entreprises concurrentes de fondation du langage mathématique*). Ma nouvelle thèse s'énonce ainsi : la théorie des ensembles relève de la décision ontologique, elle *prescrit* un univers ; elle ne contient pas le concept d'univers qu'elle ne fait qu'effectuer. La théorie des catégories est un protocole de *description* des univers possibles ; la prescription ontologique (la décision d'existence) y est en un certain sens *suspendue*.[19]

La question des « fondements » de la mathématique, même si elle n'a pas disparu de l'horizon ontologique, ne détermine plus, en tout cas, la schize et la bifurcation des deux théories.

Pour *Topos*, dans le cas *ensembliste* comme dans le cas *catégoriel*, la théorie « s'avère détenir une telle puissance universelle qu'elle se développe comme exposition de l'ontologie (de la mathématique) tout entière. Ce mouvement institue ces théories comme *formes compactes du biais par lequel les mathématiques conditionnent la philosophie.* »

L'ontologie prescrite par la théorie des ensembles détermine l'être en tant qu'être comme pur multiple « sans nom », et la *suture* du langage de cette ontologie à la position présentative en général se donne dans *l'ensemble vide* comme nomination.

L'ontologie *prescrite* par la théorie des catégories détermine l'être comme *acte*, *rapport*, *mouvement*. Ici, l'ontologie *catégorielle* est bien, elle aussi, *prescriptive*. Cependant le vocabulaire de l'objet ne doit pas nous égarer : un « objet », en théorie des catégories, est au départ un simple *point* (voire, une simple *lettre*), sans intérieur déterminé, alors qu'un ensemble n'est précisément, que le compte-pour-un de ce qui lui appartient, donc de son « intérieur ». Cette ap-

---

19 *Ibid.*

proche duplice de l'*objet* est inductive d'un premier dual constitué par le partage *intérieur / extérieur*. Badiou reprend ici la distinction de Desanti pour qui l'ontologie *ensembliste* est « intrinsèque », alors que l'ontologie *catégorielle* est « extrinsèque ». Entendons par extrinsèque que *la détermination d'un objet*, dans l'univers d'une catégorie, se fait exclusivement par les *rapports* ou *mouvements* dont cet objet est la source ou la cible. Même les *catégories de l'immanence* (ce que sont les « éléments », ou les « sous-objets » d'un objet) sont définies par des *flèches* qui « vont » (ou opèrent) vers (ou sur) l'objet concerné.

Par *l'axiome d'extensionalité*, la théorie des ensembles permet à l'identification d'une présentation multiple (donc d'*un* être) de se faire *sans ambigüité*. Cet axiome repose sur la détermination *intrinsèque* (immanente) du multiple pur.

En théorie des catégories, il n'en va pas de même en général. Car « deux » objets peuvent, quoique comptés-pour-deux « en soi » (c'est-à-dire *dans une version ensembliste*), être source et cible des mêmes types *d'actions*, ou *rapports*, dans la catégorie où ils figurent. Dans ce cas, leur identité *extrinsèque* est la même. Or, cette identité, c'est elle et non *la pure différence de position* (qui en fait une *différence littérale* : un des objets s'appelle *a*, et l'autre *b*) qui, *pour le catégoricien*, est essentielle. On dira dans ce cas que les deux objets sont *isomorphes*, et on les considèrera en fait comme « les mêmes ». Il y a donc en théorie des catégories, *une ambigüité essentielle de l'identité*. Pris dans des réseaux *de rapports et d'actions* externes semblables, « deux » objets sont indiscernables – sauf comme *lettres vides*. (Je reviendrai brièvement sur le concept catégoricien *d'isomorphie*).

Pour Badiou, c'est ici le dispositif *aristotélicien* qui développe ses racines, car la théorie des catégories tente d'ordonner l'ontologie à une vision « naturelle » de l'être ; d'où que le concept-clef de cette théorie est celui de « transformation *naturelle* ». Quant à l'ontologie ensembliste, elle relève de *l'intelligible a*-naturel, s'édifiant du seul *vide*, et subordonnant le mouvement (les fonctions) à une position *fixe* de la présentation.

De même que pour Aristote « *Ens dicitur multipliciter* »[20], de même, en théorie des catégories, un concept est, quant à sa portée et à ses composantes, entièrement

---

20 Aristote, *Métaphysique*–, Livre Z, 1028 a.

tributaire de l'univers catégoriel où il est défini. C'est inévitable, puisque l'identification d'un concept (ou d'un objet) se fait *à partir des mouvements qu'il supporte*, des opérations où il est pris, mouvements et opérations qui engagent *tout l'univers* (tous les autres « objets », mais surtout toutes les « forces » ou flèches qui sillonnent cet univers). Ici Deleuze et Nietzsche ne sont jamais très loin !

En revanche, en théorie des ensembles, il existe *un univers de référence « absolu »*, la hiérarchie cumulative des ensembles, qui est *suturé* à l'être en tant qu'être *par le nom du vide*, et qui déploie des niveaux successifs que la pensée peut parcourir du biais des opérations fondamentales : passage d'un ensemble à l'ensemble de ses parties, ou à l'ensemble-union. Cette *hiérarchie cumulative* des ensembles pourrait faire penser à la stratification en échelles de la relativité *scalaire* de Laurent Nottale. Cependant, c'est la théorie des catégories que Badiou va définir comme *pleinement relativiste*, et exhibant *des* univers *possibles* (appelés *Topoi*). Car, seule la théorie des ensembles présente l'ontologie dans le déploiement d'un monde intelligible *unifié*.

Cette opposition d'une pensée *axiomatique* et d'une pensée *définitionnelle*, d'une pensée *prescriptive* et d'une pensée *descriptive* réitère en philosophie l'opposition Platon/Aristote. *Ontologiquement*, du simple fait qu'en théorie des ensembles il y ait *un concept « absolu » de l'être*, ce qui n'est pas non-être *doit* être. L'absoluité de la détermination de l'être est aussi *l'absoluité de la délimitation entre être et néant*. Dans la théorie des catégories, *la pluralité relativiste* des univers et le caractère « extrinsèque » des immanences entraine que la *négation du non-être* n'équivaut pas, en général, à *l'affirmation de l'être*. La logique « naturelle » est ici l'*intuitionnisme* : le raisonnement par l'absurde admis en théorie des ensembles n'est pas recevable dans de nombreux *Topoi*. Il n'existe donc pas, dans ce type de pensée, de preuve *indirecte* (ou *oblique*) d'une existence ou d'une vérité. Nous ne sommes tenus de croire que ce que nous « voyons » (ou *construisons*). De là, *une pente empiriste*, au sens large, s'opposant une fois encore à la contrainte exclusivement *intelligible* de la théorie des ensembles, *détachée par le vide de toute présupposition de présence*.

Dès lors, sur toutes les questions décisives de la pensée de l'être (actes de la pensée, formes de l'immanence, identité et différence, cadre logique, rationalité admissible, rapport de l'expérience et de l'existence, infinité, unité ou pluralité des univers...), théorie des ensembles et théorie des catégories proposent

des voies disjointes. C'est dire comme elles engagent chez Badiou des conditions *différentes* pour la philosophie : c'est un débat central pour la construction du *lieu philosophique*.

Je me concentrerai maintenant sur les spécificités de la théorie des catégories. D'abord en ce qui concerne *flèches* et *diagrammes*, avant de conclure sur la *lettre* et l'*immanence* (ou l'*immanence de la lettre*).

Une flèche étant une action *orientée*, l'usage de schémas ou diagrammes y est essentiel. Il s'agit toujours de *montrer dans l'espace* la figure d'une définition. Le diagramme correspond à la conviction *naturelle* et *intuitive* de l'ontologie catégorielle. Il exhibe *dans l'expérience*, et « d'un seul coup » (*uno intuitu*, dirait Descartes), *la consistance présentative de la définition*. La seule chose qui compte dans un diagramme, c'est la *disposition* de la composition des flèches, et ces mouvements n'altèrent en rien cette disposition. *Il faut exercer son œil à suivre les invariants de connexion dans des diagrammes d'apparences très différentes*. Si on appelle « géométrie » l'étude de ce que des *déformations* perceptibles dans l'espace laissent *invariant*, la présentation diagrammatique des enchainements de flèches est bien un exercice géométrique.[21]

Dans ce cadre, un personnage clef inscrit son nom au panthéon catégoriel : c'est René Descartes. Il est ainsi décrit dans le *Court traité* : « Descartes, pour qui l'univers, sorte de graphe matériel de la mathématicité, fixe Dieu dans la ponctualité transmathématique de l'infini actuel, ce qui n'est vivre que dans la mort littérale ».[22] Or, ce qui, selon Badiou, fait tout le génie de la pensée catégorielle c'est, *fidèle en cela à Descartes*, qu'elle installe l'exposition mathématique dans une constante *ambigüité* entre l'*algébrique* (les *équations*) et le *géométrique* (les diagrammes). *Ambigüité* liée au fait qu'en définitive la théorie des catégories est essentiellement une *logique intuitionniste* (comme l'est aussi bien la logique cartésienne). Ce qui veut dire que les catégories organisent la pensée autour de *constructions effectives*, lesquelles peuvent être en effet, soit des équations explicites, soit des configurations « spatiales ».

---

21 Sur ce point, Badiou renvoie dans *Topos* à l'exemple paradigmatique donné par le « lemme du pullback » ou *produit fibré*, p. 66. Sur cette dimension *géométrique* essentielle, il faut consulter l'ouvrage de Jean-Pierre Marquis, *From a Geometrical Point of View. A study of the History and Philosophy of Category Theory*, Springer, Berlin 2009.

22 Badiou, *Court traité d'ontologie transitoire,* p. 10

Plus explicite encore, Descartes inscrit son nom au cœur même de la théorie, dans ce qui se dit « catégorie à clôture *cartésienne* ». Que vient faire Descartes, à la lettre, dans cette affaire ? C'est qu'une catégorie doit toujours être pensée comme *un univers géométrique*. Et en théorie des catégories *limites* et *co-limites* sont des *consistances* de cette *disposition* géométrique. Et ces consistances, qui reposent finalement sur des équations (celles qui règlent la *commutation des diagrammes*), peuvent être dites *algébriques*. En ce sens, l'existence des limites pour tous les *diagrammes finis* réalise l'univers comme une *consistance de type géométrie algébrique*. Or Descartes est l'inventeur de la géométrie algébrique et le nom « catégorie cartésienne » provient d'une généralisation des « produits cartésiens ».[23]

Explicitons encore le statut catégoriel du *diagramme*. Un diagramme n'est pas une catégorie. C'est *un morceau quelconque*, ou *arbitraire*, d'une catégorie. Or, arbitraire comme il l'est, un diagramme est en général *fort peu structuré*. Les compositions qui y sont réalisables peuvent être très peu nombreuses. Pour avoir une mesure de la « consistance » d'un diagramme, il est tout à fait crucial de savoir ce que peut être *un diagramme « très » structuré*. Étant un morceau de catégorie consistant, il y a des marquages multiples *de la même action*, l'opération « structurante » étant la composition des flèches. Un exemple paradigmatique : un triangle *structuré* est en fait *un double marquage* de la *même* action, selon sa forme décomposée (l'action f, puis l'action g), ou, selon sa forme *synthétique* (l'action h qui est l'action $g \circ f$).

On touche ici à la notion de *dimension* d'une catégorie et à la *consistance du « voir »*. Le problème de la *dimension* d'une catégorie est celui du « recul » qu'on peut y avoir *par rapport à un diagramme* ; il s'agit donc de définir la métaphore du « voir », ou du « recul », de façon consistante, avec des *diagrammes consistants*. Il y a ici deux *réquisits* : a) étant donnés les *objets* du diagramme, il existe *un objet de la catégorie* d'où tous ces objets sont « *visibles* ». C'est un objet de la catégorie qui n'est pas en général un *objet du diagramme* ; b) étant donnée une *flèche* du diagramme, tous les objets du diagramme sont visibles d'un point de la catégorie, mais les flèches du diagramme sont « capturées » par ce voir, au sens où *toute flèche du diagramme entre dans la composition d'une flèche venue de ce point*. Le système de ce point et des flèches est un *voir analytique du diagramme* :

[23] Je remercie ici David Rabouin pour cette précision.

c'est ce qu'on appelle un « cône ». Une catégorie sera « grande » si beaucoup de diagrammes, donc beaucoup de morceaux de la catégorie, admettent des cônes (i.e. sont *analytiquement visibles de l'intérieur de la catégorie*).

Ce point touche ici au statut de l'*universalité* et à la question initiale *de la lettre*.

Un diagramme peut bien entendu admettre *plusieurs cônes différents* (on « voit » *analytiquement* le diagramme depuis plusieurs objets, ou points de la catégorie). Il s'agit alors de savoir si l'on peut *isoler*, parmi ces points, *l'un d'entre eux* comme point de vision « universel ». Ce concept d'*universalité*, typiquement catégoriel, est à nouveau *géométrique*. C'est une position universelle que nous cherchons. Soit un point d'où l'on voit le diagramme *du plus près possible*.

L'idée est que le point « universel » est lui-même *visible* depuis les autres points d'où l'on voit le diagramme. *Il est comme l'avant-poste de tous les points de la catégorie d'où l'on voit le diagramme*. Je rapprocherais volontiers ce point de la notion d'*avant-postes de l'obscur* : « Une philosophie offensive [...] doit se situer résolument aux avant-postes de l'obscur [...] comme ce par quoi des dimensions neuves peuvent advenir. » [24]

Être en position *universelle* au regard d'une propriété (la vision *analytique* d'un diagramme, matrice en théorie des catégories de *toute* propriété) engage un *effet de position* et un *principe d'unicité*. Toute universalité est un composé de *subsomption* et d'*Un*. Cependant, l'Un ne peut en théorie des catégories être l'*Un de l'objet*. Ce doit être *l'Un d'une action*. C'est le concept de *limite*.

Qu'est-ce qu'une unicité « objective » de l'universel (ou de la limite) ? Il y en une *au sens catégoriel*. Pour un diagramme donné, *deux objets* qui ont la propriété *universelle* sont *isomorphes*. Or, deux limites (c'est la même chose que la *propriété universelle*) *ne sont pas discernables extrinsèquement*, donc par des propriétés « actives » (ou en termes de *flèches*) qui les déterminent, *même si elles le sont « littéralement »*. Deux objets *isomorphes* sont « littéralement » *différents*, mais catégoriellement *identiques*. Car l'*identité catégorielle* est spécifiée par les réseaux d'actions dont un objet est la source ou la cible. Or, si *a* est dans un tel

[24] Gilles Châtelet, *Les enjeux du mobile*, *Mathématique, physique, philosophie,* Seuil, Paris 1993, p. 22.

réseau, et que *b* est *isomorphe* à *a*, *b* est *aussi* dans le réseau : la nullité latente de l'action supplémentaire ne change rien.

La question de la *lettre*, comme celle de *l'immanence*, est ici philosophiquement décisive, raison pour laquelle j'y terminerai mon analyse.

Nos concepts fondamentaux spécifient des objets comme *uniques* (dès lors qu'ils existent dans une catégorie) *à un isomorphisme près*. Ce qui nous situe dans la *méditation sur l'Un*. On démontre que, dans une catégorie donnée, deux *pullbacks* (produits, égalisateurs, co-produits, *pushouts*, co-égalisateurs) pour les mêmes *objets* ou *flèches* sont *isomorphes*. Ainsi s'accomplit *l'ambigüité de l'Un* dans la pensée catégorielle. Deux objets « différents » (*au sens ensembliste*) peuvent être *identiques* en ceci que les *concepts structuraux* sous lesquels ils tombent sont les mêmes. Ils auront les mêmes *noms* conceptuels. Aussi bien ne sont-ils finalement distincts *que comme lettres*. Ce qui amène à penser la différence du rapport *signifiant/lettre* de façon différente, *selon que l'ontologie sous-jacente est ensembliste ou catégorielle*. Pour la théorie des ensembles, *toute lettre est virtuellement un nom*. Tandis que pour la théorie des catégories, *le règne de l'ambigüité par isomorphie* entraine que des noms peuvent *indifférencier des lettres distinctes*.

Quiconque parle de la lettre doit préciser dans quelle présentation ontologique il opère.

Dans l'ontologie *ensembliste*, *l'immanence est originelle*. Dans l'exposition catégorielle, l'immanence est *un résultat*, pour partie *métaphorique*. Il s'agit de déterminer progressivement *la singularité d'un objet*, lequel au départ est une *simple lettre*. On parlera donc *comme si* on procédait peu à peu à sa spécification immanente, comme si *on « remplissait » la lettre de déterminations* qui la rendent capable de fonctionner *comme un nom* (« sous-objet », « élément d'un objet »). Mais le réel de ces déterminations sera *toujours pensé* avec des objets extérieurs et des flèches dont l'objet considéré sera la source ou la cible.

Ainsi, les structures de l'*immanence*, dont l'originarité fait toute la portée de l'ontologie ensembliste, apparaissent plutôt, dans l'exposition catégorielle, comme *des entames extrinsèques de la lettre*, qui la singularisent à la fin comme

quasi-nom. L'*intrinsèque* est, en théorie des catégories, *une saturation locale* (sur une lettre) *de l'extrinsèque*.

À propos de la *lettre*, Badiou note que chez Gilles Châtelet, grâce à la dissymétrie, une sorte de *géométrie du contenu* vient hanter la *discontinuité littérale* ; la lettre elle-même, sans renier son austérité algébrique, y devient *géométrique* et *dansante*, si bien que le mathématicien s'empare créativement d'une *nouvelle cinétique* : « En liant le libre ballet des lettres à un continuum où des circuits peuvent se déformer l'un dans l'autre, le géomètre gagne des figures cinétiques ».[25] On sait que pour Châtelet c'était là tout « l'enjeu du *mobile* ».

Finalement, pour Alain Badiou, il y a bien une « habileté catégoricienne » quand il s'agit de reprendre une prescription de l'ontologie ensembliste, et de *l'étaler dans l'équivoque* : ce qui était *donation immanente* d'une fonction comme élément d'un ensemble devient ici *nomination d'une flèche* par un élément (lui-même *extrinsèque*) d'un *objet*.

Pour finir, je rappellerai *l'orientation générique* de Badiou : « Elle privilégie les zones indéfinies, les multiples soustraits à toute recollection prédicative, les points d'excès et les donations soustractives ».[26] Et cette merveilleuse formule : « toute existence est prise dans une errance qui fait diagonale pour les montages supposés la surprendre ».[27] Sur le plan de la *politique générique*, c'est celle d'une existence comme soustraction à l'État ou de ce qui existe seulement de *n'être pas calculable*.

Dès lors, la tâche contemporaine de la philosophie sera de comprendre comment il est possible qu'une situation de l'être quelconque soit *à la fois* multiplicité pure aux lisières de l'inconsistance, et intrinsèque et solide liaison de son apparaître. C'est ainsi une théorie de l'*événement* qui, pour la pensée, est *à la jointure intérieure* de la mathématique et de la logique mathématique : « On est alors, dirait Mallarmé, dans ces parages du vague où toute réalité se dissout. Mais on est aussi là où il y a une chance que surgisse, aussi loin qu'un endroit

25 Badiou, *Petit Panthéon portatif*, p. 156.

26 Badiou, *Court traité d'ontologie transitoire,* p. 53.

27 *Ibid.*

fusionne avec au-delà, c'est-à-dire dans l'avènement d'un autre lieu logique, brillante et froide, une Constellation ».[28]

L'être, événement, identité, objet, relation/Questions à Alain Badiou

> « L'homme raisonnable s'adapte au monde, l'homme déraisonnable persiste à chercher à adapter le monde à lui-même. Par conséquent, tout progrès dépend de l'homme déraisonnable »
> Georges Bernard SHAW

Pour Alain Badiou, les réels descendants d'Aristote sont *les empiristes anglo-saxons* qui font valoir, *contre Platon*, que les objets mathématiques sont *construits*. Entend-il cette « *construction* » en un sens spécifiquement délimité, ou bien y inclurait-il ce que, par exemple, Lautman, Cavaillès, Bachelard, Hermann Weyl ou Aldo Giorgio Gargani entendent eux-mêmes par *construction de l'objet mathématique*, qui n'est jamais donné ? Serait-il prêt à accorder une certaine place à la dimension *constructive* d'un platonisme *dynamique* rectifié, comme celui de Léon Robin, Oskar Becker ou Julius Stenzel, tous trois références fondamentales de Lautman ? Quel lien pourrait-on faire avec ce qu'il dégage lui-même comme « retournement » (j'irais jusqu'à dire, « détournement ») du Platonisme dans le *Court traité d'ontologie transitoire* à propos de *l'effet de l'apparaître comme captivité de l'être*. Il y affirme que, par combinaison de *l'ultra-platonisme* et du *citra-platonisme*, s'éclaire une certaine forme de *renversement* :

> *Le platonisme* semble dire que l'apparence est équivoque, mobile, fuyante, impensable, et que c'est l'idéalité, y compris mathématique, qui est stable, univoque, exposée à la pensée. Mais nous pouvons soutenir, nous, modernes, l'évidence contraire. C'est le monde immédiat, le monde des apparences, qui se donne toujours comme solide, lié, consistant. C'est un monde de la relation et de la cohésion, où nous avons nos repères et nos usages, un monde où l'être est en somme captif de l'être-là. Et c'est bien plutôt l'être en soi, pensé comme mathématicité du multiple pur, ou même comme physique des quanta, qui est anarchique, neutre, inconsistant, délié, indifférent à ce qui signifie, n'entretenant nul rapport avec ce qui n'est pas lui.[29]

[28] *Ibid.*, p. 200.
[29] *Ibid.*, p. 193.

Dans le *Court traité*, Badiou parle d'une *défection d'axiome* en ces termes :

> Pour ma part, je maintiens [...] que la multiplicité est axiomatiquement homogène. Il faut donc que je rende raison de l'être de l'événement à la fois comme rupture de la loi des multiplicités étalées, et comme homogène à cette loi. Cela passe par une défection d'axiome : un événement n'est rien d'autre qu'un ensemble, ou un multiple, mais son surgir, sa supplémentation soustraient un des axiomes du multiple, nommément l'axiome de fondation. Ce qui, pris au pied de la lettre, signifie qu'un événement est proprement un multiple in-fondé.[30]

Parlerait-il, à ce propos, d'un rapprochement possible, entier ou partiel, avec la stratégie d'un *Savoir sans fondement*, tel qu'Aldo Giorgio Gargani l'a développé ?[31] J'y vois personnellement un *lien* strict dès lors que l'on prend en compte son « *détournement* » platonicien : le « savoir des apparences » comme pratique d'un rituel fétichiste de la stabilité...

Me faisant, un instant, l'avocat du diable, je serais tenté de poser la question suivante. Dans le cadre des événements et procédures de vérité comme non-relation et soustraction, ma première question porte sur savoir *comment le changement peut prendre place dans cet espace* ? La question ne serait pas de savoir comment nous passons de la non-relation des pures multiplicités en tant que multiple sans relation, à la relation en tant qu'apparaître, mais plutôt *comment passer de la relation à la soustraction*. En d'autres termes, Badiou place la non-relation avant la relation, là où la relation pourrait avoir une primauté ontologique (≠ Gaston Bachelard : « Au commencement était la relation »).[32] Dès lors le mystère ne se nicherait plus dans la question « *comment les choses en viennent à être reliées ?* », comme *Logiques des mondes* en déploie minutieusement les mécanismes, mais dans la question « *comment quelque chose en vient à être soustrait d'un réseau de relations ?* ».

Logiques des mondes semble s'orienter dans cette direction tout en maintenant la thèse *ontologique* difficilement tenable de la primauté de la théorie des

30 Badiou, *Court traité d'ontologie transitoire*, pp. 57–58.

31 Aldo Giorgio Gargani, *Le savoir sans fondements. La conduite intellectuelle comme structuration de l'expérience commune*, trad. fr. de Charles Alunni, Vrin, Paris 2013.

32 Gaston Bachelard, *La valeur inductive de la relativité*, Vrin, Paris 1929, p. 210.

ensembles, où n'interviennent aucunes relations d'ordre intrinsèque parmi les éléments de l'ensemble, et où chaque élément est sans relation à tous les autres. Serait-ce que la notion de Vérité soufre d'une *notion de vérité ontologique implicite*, à la manière dont les éléments d'un Événement réfléchissent ou manifestent la situation de l'Être en théorie des ensembles, à savoir comme pures multiplicités non codées par l'encyclopédie. *Qu'eût signifié d'entamer ou d'initier l'ontologie badiousienne avec la théorie des catégories* et tenter d'*obtenir la non-relation à partir de cette théorie de la relationalité ?*[33]

Si le travail sur l'apparaître et sur la théorie des catégories est si excitant, c'est précisément dans la *conception des objets comme pures relations ou morphismes*. Dans ce cadre, l'identité d'un objet s'épuise entièrement dans son statut en tant que pure source d'une action et comme pure action sur un autre objet qui est sa cible.[34] En bref, *l'identité d'un objet* est une identité *étendue*,[35] tel un assemblage sous-terrain s'étendant à toute une variété d'autres objets, qui puisse inclure ses propres transformations sur les autres objets du groupe. Là où un derridien ou un lacanien pourraient prétendre, par exemple, que l'objet est toujours subverti par son « semblable », se dédoublant dans sa relation à un autre objet *qu'il requiert* comme pôle pour « être lui-même », le catégoricien pourrait affirmer que c'est *juste ça* (et rien d'autre) l'identité de l'objet.

L'identité de l'objet, ce sont *uniquement* ces morphismes fonctionnels entre source et cible. Ici, la description de l'objet dénie une quelconque intériorité, quelle qu'elle soit, ou un quelconque retrait (une *soustraction* dirait Badiou à la consistance) indépendant de ces relations ou morphismes. *C'est ici le point intéressant, car la nature relationnelle d'un objet catégorique peut aussi bien être réflexive*. En d'autres termes, il n'est pas besoin ici d'avoir des flèches partant d'un objet source pour aller vers un objet cible, mais *des flèches ou des mor-*

---

33 De manière surprenante il y a peu de théorie des catégories (au sens où il y a peu d'illustrations diagrammatiques ou de discussion de catégories autres que la Catégorie Set). La question peut sembler tout aussi pertinente qu'impertinente. La remarque me fut faite par Alain Connes en 2003 lors de ma soutenance d'HDR qui portait fortement sur le concept de diagramme.

34 Cf. Cours de Badiou sur les Catégories ; Jiri Adamek *et alii*, *Abstract and Concrete Categories. The Joy of Cats*, Dover Publications Inc., New York 2009.

35 Cf. Sur ce point je renvoie à la notion d'*abstraction extensive* de Whitehead. Cf. également la position de Bachelard sur ce point et sa notion de « sur-objet », in Charles Alunni, *Spectres de Bachelard*, p. 134, note 241, p. 284, note 557.

phismes partant d'un objet pour revenir à cet objet dans une fonction identité.[36] L'objet peut être à la fois source et cible. En d'autres termes, on pourrait avoir ici une sorte de « rigid designators » (Saul Kripke) sous régime relationnel au titre d'auto-relations réflexives. C'est une manière ici de penser les objets comme *actes* plutôt que comme *substances* avec prédicats. Il n'existe pas ici de structure interne à l'objet impliqué ; c'est une affaire de pure relation sans relation interne. L'objet n'est pas quelque chose de plus, une entité qui serait au-dessus (ou au-dessous) de cette auto-relation ou de l'*actualité* de ce qui prend place dans cette auto-relation.

Références

Adamek, Jiri, et all., *Abstract and Concrete Categories. The Joy of Cats*, Dover Publications Inc., New York 2009

Alunni, Charles, *Spectres de Bachelard. Gaston Bachelard et l'école surrationaliste*, Hermann, Paris 2019

Aristote, *Métaphysique* – Livres Z à N, trad. Bernard Sichère, Àgora, Paris 2010

Bachelard, Gaston, *La valeur inductive de la relativité*, Vrin, Paris 1929

Badiou, Alain, *Court traité d'ontologie transitoire*, Seuil, Paris 1998

— *L'Être et l'événement*, Seuil, Paris 1988

— *Logiques des mondes*, Seuil, Paris 2006

— *Petit Panthéon portatif*, La fabrique, Paris 2008

— *Séminaire sur la théorie des catégories par Alain Badiou (1993–1994)*, Notes de Daniel Fischer, disponible sur : http://www.entretemps.asso.fr/Badiou/93-94.2.htm

— *Topos, ou Logiques de l'onto-logique: Une introduction pour philosophes*, Tome 1, 1993 [dactylographié non publié]

— *Theorie Des Categories (1993–1994)*, disponible sur : http://fr.scribd.com/doc/133157958/Theorie-Des-Categories-1993-1994-Tran-Alain-Badiou

Châtelet, Gilles, *Les enjeux du mobile, Mathématique, physique, philosophie*, Seuil, Paris 1993

Gargani, Aldo Giorgio, *Le savoir sans fondements : La conduite intellectuelle comme structuration de l'expérience commune*, trad. fr. de Charles Alunni, Vrin, Paris 2013

Marquis, Jean-Pierre, *From a Geometrical Point of View. A study of the History and Philosophy of Category Theory*, Springer, Berlin 2009

36 La flèche identité semble fixer les frontières pour les objets, fixant leur structure ou leur forme.